

Теорема Старрета. (Market Allocation of Location Choice in a Model with Free Mobility)

D. Starett

Journal of Economic Theory, 1978

July 16, 2012

Проблемы

Строгая теория цен — **введение упрощений** (постоянная отдача от масштаба + совершенная конкуренция) \implies нет решения задачи размещения в пространстве (Romer, 1992).

- ***Предположение об отсутствии экономии на масштабе.***

Последствия: нет экономии на масштабе \implies производственная деятельность может дробиться до бесконечно малых размеров \implies можно обеспечить нулевые транспортные издержки \implies **автаркия**. (Combes, Mayer, Thisse, 2008; Mills, 1972; Eaton, Lipsey, 1977) (“капитализм с заднего двора”).

Проблемы

- *Предположение о совершенной конкуренции.*
 - 1 Пространство приводит к несовершенной конкуренции, потому что является источником дифференциации между агентами. (Hotelling, 1929).
 - 2 Потребители покупают в фирме, предлагающей самую низкую полную цену, конкуренция происходит непосредственно между ограниченным числом фирм, расположенных по соседству, независимо от общего количества фирм в отрасли (Kaldor, 1935).

Пространственная конкуренция — олигополистическая (стратегического решения)

Пространство в моделях экономического равновесия

- **Транспортные сети** или системы (продавцы и покупатели товаров размещены в узлах транспортной сети. Цель: определение спроса и предложения в каждом узле, а также цен, по которым товары продаются и покупаются. Равновесие достигается, когда цена спроса равна цене предложения плюс транспортные издержки). (впервые **Курно, 1838 г.**)
 - **Samuelson, 1952:** рыночное равновесие может быть получено как решение задачи математического программирования, включая задачу Хичкока-Купманса (задача о **оптимизации перевозок, при балансовых ограничениях в узлах** (спрос=предложению)).
 - Методы потенциалов и др. (аналогично электрическим сетям)
 - Синтез географической экономики и математического программирования, обобщения в работах Такаяма&Judge (1971), Mougeot (1978)
 - Решение моделей пространственного равновесия с помощью аппарата вариационных неравенств, Florian&Los (1982), Nagurney (1993).
- Основное ограничение – **экзогенность пространственного размещения** экономических агентов!

Пространство в моделях экономического равновесия

- квадратичная модель размещения, введенная Купмансом и Бекманом (1957) – существует торговля между местами их локализации.
- модели пространственного размещения, где торговля осуществляется в некоторых заданных местах (Schweizer, Varaiya&Haitwick, 1976). Byrliant и Konishi (2000): существует конкурентное равновесие, когда обмен товарами происходит в таких торговых центрах. Эндогенное определение числа и местоположения таких центров через неконкурентный механизм.
- двухэтапные модели общего равновесия. Общее равновесие конечного числа гетерогенных фирм и континуума рабочих. Сначала фирмы выбирают место раположения, затем - рабочие, принимая присутствующие фирмы и установившиеся цены, как данность (Byrliant и Zenou, 2000)

Особенность этих моделей – эндогенность пространственного размещения экономических агентов!

Общее равновесие

- Основа - модель общего экономического равновесия. Основной ориентир цены! для рационального поведения.

Описание и основные предпосылки модели Эрроу-Дебре

Экономика формируется:

- агентами (фирмы и домашние хозяйства);
- предметами потребления (товары и услуги). Различаются также по месту производства.

Фирма: множество производственных планов, описывающих возможные соотношения "вход-выход".

Домашнее хозяйство: отношение предпочтения, начальный набор ресурсов, доли в прибылях фирм.

Модель Эрроу-Дебре

- каждая фирма **максимизирует прибыль** на своем производственном множестве;
- каждое домохозяйство **максимизирует свою полезность** при бюджетном ограничении (начальный запас и доли в прибылях фирм);
- **спрос** на каждый товар **равен** его **предложению**.

В этой модели, предмет потребления определяется не только своими физическими характеристиками, но и местом, где он продается или покупается. Выбор местоположения – это часть выбора товаров.

Модель Эрроу-Дебре

- Введение **однородного пространства** в модель Эрроу-Дебре предполагает, что полные **транспортные издержки** в экономике будут **нулевыми в равновесии** \implies региональная специализация, города и торговля не могут быть равновесными исходами. \implies Конкурентная модель сама по себе не может быть использована для изучения пространственной экономики.

Вопрос: экономические механизмы, ведущие к агломерации в однородном пространстве.

Результат Старетта: так как экономические агенты используют землю, они не могут быть все вместе в одном месте \implies единственное равновесие, связанное с конкурентной постановкой и однородным пространством, — набор локальных автаркий.

Предпосылки

- Два региона A и B , в которых находятся фирмы и домохозяйства; регионы $r = A; B$ имеют один и тот же запас природных ресурсов S .
- n товаров (исключая землю и транспортные услуги), перевозка осуществляется транспортным сектором.
- M и N – множества фирм и домохозяйств, одновременно обозначающих их количества.
- Фирмы и домохозяйства до выбора равновесного местоположения нигде не размещены и могут бесплатно выбрать места локализации своей деятельности.
- Система цен – вектора p_A, p_B для товаров, рентные выплаты за землю — (R_A, R_B) .

- **Потребитель** потребляет одну единицу земли, предлагает одну единицу труда фирме,
- **Фирма** производит количество товара u , используя труд рабочего и единицу земли.
- Ненулевые **транспортные затраты** на перемещение товаров и рабочей силы.
- **Рента** ненулевая при условии, что в месторасположении кто нибудь находится.
- Рента не высока относительно транспортных расходов (условие, чтобы потребителю было выгодно находится в локации).

Задача фирмы

Пусть фирма расположена в A , а потребитель в B .

Есть равновесие — две цены за товар p_A, p_B , два уровня зарплаты w_A, w_B , два уровня арендной платы — R_A, R_B , такие, что фирма максимизирует свою прибыль, находясь в A , а потребитель свою полезность, находясь в B .

ФИРМА

Прибыль в A

$$\pi_A = p_A y - w_A - R_A. \quad (1)$$

Прибыль в B

$$\pi_B = p_B y - w_B - R_B. \quad (2)$$

Выгода от смены положения:

$$I_f = \pi_B - \pi_A = (p_B - p_A)y - (w_B - w_A) - (R_B - R_A). \quad (3)$$

Задача потребителя

ПОТРЕБИТЕЛЬ

Доход в B - зарплата, доход от земли минус расходы от потребления

$$Y_B = w_B + (R_A + R_B) - R_B - p_B y = w_B + R_A - p_B y. \quad (4)$$

Доход потребителя в A

$$Y_A = w_A + R_B - p_A y. \quad (5)$$

Выгода от смены положения:

$$I_h = Y_A - Y_B = (p_B - p_A) y - (w_B - w_A) + (R_B - R_A). \quad (6)$$

Равновесие

Если ситуация равновесна, то **никому не выгодно** менять местоположение!

Следовательно (3) и (6) должны быть отрицательны. Запишем общий стимул к смене места

$$I = I_f + I_h = 2(p_B - p_A)y + 2(w_A - w_B). \quad (7)$$

- **Цены** должны отражать относительный дефицит товара, производимого в A для B , и их **разница** должна быть **равна транспортным издержкам** (совершенная конкуренция!).
- **Разница зарплат** должна быть равна тому, насколько надо увеличить зарплату рабочего, чтобы появился стимул работать в A , живя в B с ценами p_B — это тоже **равно транспортным издержкам**.

Здесь существование равновесия возможно только при расположении агентов в одном месте.

Обозначения модели

Фирмы.

- $f \in M$ — регион $r = A, B$,
- **производственный план** (y_{fr}, s_{fr}) — вектор y_{fr} от n **товаров** (входные – отрицательные, выходные – положительные) и
- положительным количеством **земли** s_{fr} в регионе r .
- $Y_{fr} \subset R^{n+1}$ – производственное множество фирмы f (зависит от региона).

Домохозяйства.

- $h \in N$ — регион $r = A, B$,
- **план потребления** (x_{hr}, s_{hr}) – вектор x_{hr} от n **товаров** (положительная — домохозяйство предъявляет положительный спрос на товар, отрицательная — домохозяйство поставляет товар, например, труда) и
- положительного количества **земли** s_{hr} в регионе r .
- $X_{hr} \in R^{n+1}$ – множество потребления домохозяйства h ,
- U_{hr} – функция **полезности**,
- ω_h – начальные запасы товаров;
- $\bar{s}_h = (\bar{s}_{hA}, \bar{s}_{hB})$ – начальные запасы земли.

Обозначения модели

Транспортный сектор.

- **Затраты** на перевозку из региона в регион **больше нуля**.
- **Прибылемаксимизирующий перевозчик** — покупает товары в одном регионе по рыночным ценам и продает в другом по ценам другого региона (использует неположительный вектор **товаров** $y_{tr} \in R^n$ и неотрицательный вектор запасов **земли** s_{tr} в каждом регионе).
- Неотрицательный экспортный план $E_{AB} \in R^n$ транспортировки товаров из региона A в B и $E_{BA} \in R^n$ товаров из региона B в A соответственно, $Z_t \in R^{4n+2}$ – множество допустимых планов транспортировок перевозчика.

Условия материальных балансов

- 1 для товаров в регионе A

$$\sum_{h \in N_A} x_{hA} + E_{AB} - y_{tA} = \sum_{h \in N_A} \omega_h + \sum_{f \in M_A} y_{fA} + E_{BA}; \quad (8)$$

- 2 для товаров в регионе B

$$\sum_{h \in N_B} x_{hB} + E_{BA} - y_{tB} = \sum_{h \in N_B} \omega_h + \sum_{f \in M_B} y_{fB} + E_{AB}; \quad (9)$$

- 3 для земли в регионе

$$\sum_{h \in N_r} s_{hr} + \sum_{f \in N_r} s_{fr} + s_{tr} \leq \sum_{h \in N_r} \bar{s}_{hr} \equiv S; \quad (10)$$

где $(x_{hr}, s_{hr}) \in X_{hr}$; $(y_{fr}, s_{fr}) \in Y_{fr}$ и $(E_{AB}, E_{BA}, y_{tA}, y_{tB}, s_{tA}, s_{tB}) \in Z_t$.

Равновесие (цены p_A, p_B , рента (R_A, R_B) и простр. распределение)

- выполнения условий (8)–(10);
- **максимизации прибыли** фирмы в r при допустимом производственном плане

$$\pi_{fr} \equiv p_r y_{fr} - R_r s_{fr} \geq p_s \hat{y}_{fs} - R_s \hat{s}_{fs} \quad \text{для всех } (\hat{y}_{fs}, \hat{s}_{fs}) \in Y_f \text{ и } s = A, B;$$

- **максимизации полезности** потребителем в r при его бюджетном ограничении $U_{hr}(x_{hr}; s_{hr}) \geq U_{hs}(\hat{x}_{hs}, \hat{s}_{hs})$ для всех $(\hat{x}_{hs}, \hat{s}_{hs}) \in X_{hs}$ и $s = A, B$, так что

$$p_s \hat{x}_{hs} + R_s \hat{s}_{hs} \leq p_s \omega_h + \sum_{r \in [A, B]} R_r \bar{s}_{hr} + \sum_{r \in [A, B]} \theta_{hf} \pi_{fr} + \theta_{ht} \pi_t,$$

где θ_{hf} – доля потребителя h в прибыли фирмы f и θ_{ht} – доля потребителя в прибыли перевозчика π_t ;

- **максимизации перевозчиком** прибыли

$$\pi_t = (p_B - p_A)E_{AB} + (p_A - p_B)E_{BA} + p_A y_{tA} + p_B y_{tB} - R_A s_{tA} - R_B s_{tB}.$$

Стимул переехать производителю

Пространство называется однородным, когда

- 1 функция полезности U_h и множество потребления X_h одинаковы и не зависят от региона расположения домохозяйств;
- 2 производственное множество не зависит от региона локализации фирмы f .

\implies производственный план, возможный для производства в A , возможен также и в B .

Предположим, что пространство однородно. Тогда

$\pi_{fA} = p_A y_{fA} - R_A s_{fA}$ – прибыль фирмы f при расположении в регионе A ,

$\pi_{fB} = p_B y_{fA} - R_B s_{fA}$ – прибыль фирмы f при расположении в регионе B .

Стимул для фирмы переехать из региона A в B (и наоборот) – разница прибылей:

$$I_f(A, B) = \pi_{fB} - \pi_{fA} = (p_B - p_A) y_{fA} - (R_B - R_A) s_{fA}. \quad (11)$$

Стимул переехать потребителю

- $B_{hA} = p_A(\omega_h - x_{hA}) - R_A s_{hA}$ - остаточный доход домохозяйства h , если оно располагается в регионе A (за исключением доли в прибылях фирм и дохода от земли, не зависящих от места локализации),
- $B_{hB} = p_B(\omega_h - x_{hA}) - R_B s_{hA}$ - остаточный доход домохозяйства h , если оно располагается в регионе B .
- Стимул для потребителя переехать из региона A в B (и наоборот) – разница его остаточных доходов:

$$I_h(A, B) = B_{hB} - B_{hA} = (p_B - p_A)(\omega_h - x_{hA}) - (R_B - R_A)s_{hA}. \quad (12)$$

Стимулы менять местоположение

Суммируя (11) и (12) для всех фирм и домохозяйств по двум регионам, получим

$$\begin{aligned}
 I = & (p_B - p_A) \left(\sum_{f \in M_A} y_{fA} + \sum_{h \in N_A} (\omega_h - x_{hA}) \right) + \\
 & + (p_A - p_B) \left(\sum_{f \in M_B} y_{fB} + \sum_{h \in N_B} (\omega_h - x_{hB}) \right) - \\
 & - (R_B - R_A) \left(\sum_{f \in M_A} s_{fA} + \sum_{h \in N_A} s_{hA} \right) - \\
 & - (R_A - R_B) \left(\sum_{f \in M_B} s_{fB} + \sum_{h \in N_B} s_{hB} \right).
 \end{aligned}$$

Суммарные стимулы

Используя условия материальных балансов (8) – (10), агрегированный стимул примет вид:

$$I = (p_B - p_A)(E_{AB} - E_{BA} - y_{tA}) + (p_A - p_B)(E_{BA} - E_{AB} - y_{tB}) + \\ + (R_B - R_A)(s_{tA} + \varphi_A - S) + (R_A - R_B)(s_{tB} + \varphi_B - S)$$

φ_r – количество земли, не используемое в регионе $r = A, B$.

Преобразованный агрегированный стимул имеет вид:

$$I = 2\left[\pi_t + \frac{(p_B + p_A)}{2} \cdot (-y_{tA} - y_{tB}) + \frac{R_A + R_B}{2} \cdot (s_{tA} + s_{tB}) + \right. \\ \left. + \frac{R_A + R_B}{2} \cdot (\varphi_A + \varphi_B)\right]$$

При условии, что $R_A \cdot \varphi_A = R_B \cdot \varphi_B = 0$

Глобальные стимулы к миграции всегда положительны при любом распределении, где есть бесплатная торговля между двумя регионами!

Пространственная теорема о невозможности

Пространственная теорема о невозможности

Если в экономике с двумя регионами, конечным числом фирм и потребителей с ненасыщаемыми предпочтениями имеется однородное пространство и затратный транспорт, то **не существует конкурентного равновесия, в котором есть транспортировки.**

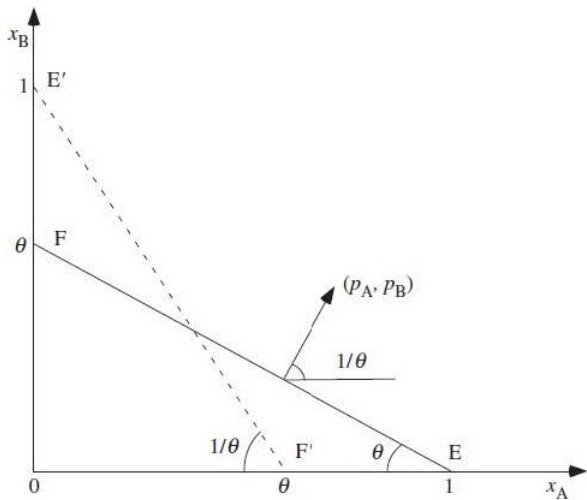
Другими словами экономическая деятельность совершенно делима, то конкурентное равновесие существует и в нём каждый **регион функционирует как автаркия** (капитализм на заднем дворе).

Пространственная теорема о невозможности

Когда оба региона не являются автаркиями, ценовая система должна выполнять одновременно две функции:

- 1 обеспечивать торговлю между регионами,
- 2 обеспечивать устойчивость локализации (отсутствие миграции).

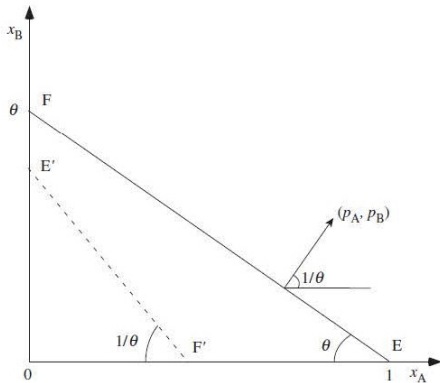
Ценовые градиенты, способствующие торговле, дают искаженные сигналы с точки зрения пространственной устойчивости.



Графическая иллюстрация

- Если фирма располагается в A , то её производственный набор определится треугольником OEF .
- Если фирма расположена в B , то треугольником $OE'F'$.
- θ - доля продукта, которая доходит до места.
- Пусть из A отправлена некоторая доля товара в B . Распределение представлено точкой на EF , так чтобы $\frac{PB}{PA} = \frac{1}{\theta} > 1$.
- Но тогда в B фирме будет выгодней продавать производственный план E' . А для этого фирму надо расположить в B .
- Стимул переезда.

Неоднородное пространства



- Нет стимула переезда из А.

Пример

Имеется два рабочих a и b . Две фирмы 1,2. Как расположатся фирмы и потребители?

- **Функция полезности** от количеств и имеющейся земли

$$U = x_1^{\beta/2} x_2^{\beta/2} s^{1-\beta}, \quad 0 < \beta < 1,$$

x_i - товары, производимые фирмами $i = 1, 2$.

- **Производственная функция** фирмы (использует два фактора - фиксированное количество земли \bar{s} и труд l):

$$Q_i = l_i^\alpha, \quad 0 < \alpha < 1.$$

- **Транспортные расходы** айсберг типа.

Равновесие

Прибыль фирмы, расположенной в стране r

$$\pi_{ir} = p_{ir}Q_i - \omega_{ir}l_i - R_r\bar{s}.$$

Условие первого порядка

$$\alpha p_{ir}l_i^{\alpha-1} = \omega_{ir}.$$

Пусть **общий доход** потребителей в стране r - Y_r . Тогда из функции полезности, получим

$$x_{ir} = \frac{\beta}{2} \frac{Y_r}{p_{ir}}, \quad s_r = (1 - \beta) \frac{Y_r}{R_r}.$$

Зная, что $S = \bar{s} + s_r$, получим, что **рента**

$$R_r = (1 - \beta) \frac{Y_r}{S - \bar{s}}.$$

Так как фирмы в производстве используют только труд, то им безразлично в какой точке пространства располагаться.

Возможные прибыли

Рассмотрим симметричный случай

$\omega_{1A} = \omega_{2B} = 1$, $p_{1A} = p_{2B} = 1/\alpha$, $p_{1B} = p_{2A} = \tau/\alpha$, $\tau > 1$. Общий спрос

$$D_1 = x_{1A} + \tau x_{1B} = x_{1A} + \tau x_{1B} = D_2 = \alpha\beta Y.$$

предложение $Q_1 = Q_2 = 1$,

спрос

$$x_{1A} = x_{2B} = \frac{1}{2}, \quad x_{1B} = x_{2A} = \frac{1}{2\tau},$$

аренда

$$R_A = R_B = \frac{1}{\alpha\beta} \frac{1-\beta}{S-\bar{s}},$$

прибыль

$$\pi_{1A} = \pi_{B2} = \frac{1}{\alpha\beta} \frac{\beta S - \bar{s}}{S - \bar{s}} - 1 \geq 0 \Rightarrow \alpha \leq \frac{S - \bar{s}/\beta}{S - \bar{s}}.$$

Стимулы к перемещению

Стимулы к передвижению из A в B для фирмы 1 и потребителя (рабочего) a

$$I_1(A, B) = \pi_{1B} - \pi_{1A} = (p_{1A} - p_{1A}) Q_1 - (w_{1B} - w_{1A}) \quad \text{при условии } R_A = R_B.$$

$$I_a(A, B) = (w_{1B} - p_{1B}x_{1A} - p_{2B}x_{2A} - R_B s_A) - (w_{1A} - p_{1A}x_{1A} - p_{2A}x_{2A} - R_A s_A).$$

$$I(A, B) = I_1(A, B) + I_a(A, B) = p_{1A}(\tau - 1)\tau x_{1B} + p_{2B}(\tau - 1)x_{2A} > 0$$

Аналогично можно доказать для случая, когда обе **фирмы находятся в одном регионе**. В этом случае **стимулы переехать** будут реализовываться **через нулевую стоимость аренды** земли в регионе, где нет фирм.

Следствие об аренде

Claim

Если конкурентное **равновесие существует** в пространственной экономике в однородном пространстве и есть свободные земли в одном регионе, то **арендная плата** за землю должна быть **равна нулю** в обоих регионах.

Например, если все находятся в одном регионе, то стимулов к переезду не будет только, если аренда в обоих регионах будет нулевая.

Claim

Если конкурентное равновесие существует в пространственной экономике в однородном пространстве, то арендная плата за землю должна быть одинаковой в обоих регионах.

Т.е. **не должно существовать эндогенного определения цены аренды** в результате поиска равновесия пространственного распределения.

Выходы

- несовершенная конкуренция (модели монополистической конкуренции, олигополии)
- возрастающая отдача от масштаба
- экстерналии в производстве или потреблении