Олигополия или монополистическая конкуренция: равновесия Курно и Бертрана в "большой экономике"

Е. Желободько, С. Коковин, А. Сидоров

2011

Введение: основные вопросы, план выступления

Основные рассматриваемые вопросы

- Как соотносятся решения классических моделей в случае заменяемости благ и свободы входа?
- Что происходит при росте размера рынка?
- (Нужны ли чисто олигополистические модели?)

Модель: потребители

Каждый из L потребителей продает единицу труда по цене 1, и покупает вектор $X \equiv (x_i)_{i\in\{0,1,...,N\}}$, максимизируя полезность:

$$\max_{X\geq 0} \int_0^N u(x_i)di \ ; \ \int_0^N p_i x_i di = 1\} \qquad (1)$$

Здесь $P \equiv p_{i\in[0,N]} \equiv p(i)_{i\in[0,N]} \geq 0$ - вектор соответствующих цен, $u(.)$ - элементарная функция полезности - возрастает, строго вогнута, трижды дифференцируема, $u(0) = 0$. Решение дает прямую и обратную ***функции спроса*** на каждую разновидность i:

$$x_i^* = u^{'-1}(\lambda p_i) \ ; \ p_i^*(x_i, \lambda) \equiv u'(x_i)/\lambda, \qquad (2)$$

где $\lambda = \lambda(P, N)$ - множитель Лагранжа бюджетного ограничения, или “предельная полезность денег”, или “интенсивность конкуренции”.

Равновесие при монополистической конкуренции

Задача производителя при монополистической конкуренции

Производитель i считает функцию спроса и рыночную статистику λ заданными, максимизируя прибыль:

$$(p^*(x_i,\lambda)-c)\,Lx_i-f\,. \qquad (3)$$

$q_i \equiv Lx_i$ - выпуск, $C(q)=f+cq$ - функция издержек, где $f>0$ - инвестиции на создание фирмы, а $c>0$ - издержки на единицу. Производители поступают симметрично $(x_i=\bar{x})$ при естественных условиях на u гарантирующих строгую вогнутость прибыли:

$$[2-r_{u'}(x)]>0 \qquad \forall x>0,$$

где $r_u \equiv -qu''/u', \quad r_{u'} \equiv -qu'''/u''$

Модель: равновесие при монополистической конкуренции

- (Симметричное) **равновесие** есть четверка $(\bar{x}, \bar{p}, \bar{\lambda}, \bar{N})$ размера покупки, цен, уровня конкуренции и числа фирм, удовлетворяющая условиям оптимизации потребителей и производителей (1), (2), (3), и условию (4) свободы входа (0-прибыльности):

$$\pi(\bar{x}, \bar{\lambda}) \equiv \left(p^*(\bar{x}, \bar{\lambda}) - c\right) L\bar{x} - F = 0. \tag{4}$$

Уравнения равновесия монополистической конкуренции

Утверждение 1. Система уравнений равновесия приводима к виду:

$$M^{MC} = r_u\left(\frac{F}{cL} \cdot \frac{1 - M^{MC}}{M^{MC}}\right), \qquad N^{MC} = M^{MC} L/F$$

где

- $M \equiv \frac{\bar{p} - C'(\bar{x})}{\bar{p}}$ - торговая наценка,
- $r_u(x) \equiv |\mathscr{E}_{u'}(x)| \equiv -\frac{xu''(x)}{u'(x)}$ - модуль эластичности u', выражающий степень вогнутости u по Эрроу-Пратту.

Равновесие при количественной конкуренции (равновесие по Курно)

Задача производителя

В отличии от модели монополистической конкуренции здесь производитель может влиять на рыночные условия через рыночную статистику

$$\lambda = \sum_{s=1}^{N} u'(x_s)x_s.$$

С учетом этого задача производителя одной разновидности блага запишется в виде

$$\left(\frac{u'(x_i)}{\sum_{s=1}^{N} u'(x_s)x_s} - c\right) Lx_i - F \to \max_{x_i}.$$

Лемма 1. Пусть $r_u(x) < 1$ и $r_{u'}(x) < 2$ тогда функция прибыли каждого производителя является строго вогнутой. При этом решение Курно существует, единственно и симметрично, т.е. $x_i^* = x_j^*$ для всех i, j.

Уравнения равновесия количественной конкуренции

Утверждение 2. Система уравнений равновесия при количественной конкуренции приводима к виду:

$$M^C = r_u \left(\frac{F}{cL} \cdot \frac{1 - M^C}{M^C} \right) + \frac{1 - r_u \left(\frac{F}{cL} \cdot \frac{1 - M^C}{M^C} \right)}{M^C L} F$$

$$N^C = \frac{M^C L}{F}.$$

Равновесие при ценовой конкуренции (равновесие по Бертрану)

Задача производителя

Задача производителя в случае ценовой конкуренции записывается в виде

$$(p_i - c)Lx_i(p_i, p_{-i}) - F \to \max_{p_i}.$$

Как ведет себя спрос на дифференцированное благо при изменении своей цены?

$$\mathscr{E}_{ii} = -\frac{1 + \sum_{s \neq i} \frac{p_s x_s}{p_i x_i} \frac{1}{r_u(x_s)}}{1 + r_u(x_i) \cdot \sum_{s \neq i} \frac{p_s x_s}{p_i x_i} \frac{1}{r_u(x_s)}}.$$

Условия первого порядка

$$\frac{(p_i - c)}{p_i} = -\frac{1}{\frac{p_i}{x_i} \frac{\partial x_i}{\partial p_i}} = -\frac{1}{\mathscr{E}_{ii}}.$$

Лемма 2. Существует единственное симметричное решение Бертрана .

Уравнения равновесия ценовой конкуренции

Утверждение 3. Система уравнений равновесия при количественной конкуренции приводима к виду:

$$M^B = \frac{N \cdot r_u\left(\frac{F}{cL} \cdot \frac{1-M^B}{M^B}\right)}{N - \left(1 - r_u\left(\frac{F}{cL} \cdot \frac{1-M^B}{M^B}\right)\right)}$$

$$N^B = \frac{M^B L}{F}.$$

Синтез

Равновесные уравнения 1

- Монополистическая конкуренция

$$M^{MC} = r_u\left(\frac{F}{cL} \cdot \frac{1 - M^{MC}}{M^{MC}}\right), \qquad N^{MC} = M^{MC} L/F$$

- Количественная конкуренция

$$M^{C} = r_u\left(\frac{F}{cL} \cdot \frac{1 - M^{C}}{M^{C}}\right) + \frac{1 - r_u\left(\frac{F}{cL} \cdot \frac{1-M^{C}}{M^{C}}\right)}{M^{C} L} F, \qquad N^{C} = \frac{M^{C} L}{F}$$

- Ценовая конкуренция

$$M^{B} = \frac{N \cdot r_u\left(\frac{F}{cL} \cdot \frac{1-M^{B}}{M^{B}}\right)}{N - \left(1 - r_u\left(\frac{F}{cL} \cdot \frac{1-M^{B}}{M^{B}}\right)\right)}, \qquad N^{B} = \frac{M^{B} L}{F}.$$

Равновесные уравнения 2

- Монополистическая конкуренция

$$M^{MC} = r_u\left(\frac{F}{cL} \cdot \frac{1 - M^{MC}}{M^{MC}}\right) + 0$$

- Количественная конкуренция

$$M^C = r_u \left(\frac{F}{cL} \cdot \frac{1 - M^C}{M^C} \right) + A^C$$

- Ценовая конкуренция

$$M^B = r_u \left(\frac{F}{cL} \cdot \frac{1 - M^B}{M^B} \right) + A^B.$$

Легко видеть, что

$$A^C > A^B > 0$$

Сравнение равновесий

- Наценка (цены, число фирм)

$$M^C > M^B > M^{MC}$$

- Потребление (размер фирм)

$$x^C < x^B < x^{MC}$$

Сходимость равновесий при большом размере рынка

Сходимость равновесий сводится к вопросу о поведении

$$A^C = \frac{1 - r_u(\frac{F}{cL} \cdot \frac{1-M^C}{M^C})}{M^C L} F.$$

При росте размера рынка

$$A^C \to 0,$$

а значит

$$M^C \to M^{MC}$$

$$M^B \to M^{MC}$$

Спасибо за внимание