

Олигополия Курно в анализе общего равновесия

Введение в модель

- Фирмы – ценополучатели
- Фирмы получают все ресурсы от домохозяйств
- Домохозяйства получают дивиденты неким набором производимых фирмами товаров
- Число фирм невелико, в отличии от числа домохозяйств

Модель

- В экономике присутствуют m фирм j , где $j=1\dots m$, и n домохозяйств i , где $i=1\dots n$
- θ_j^i - доля i -го домохозяйства в продукции j -ой фирмы
- Для всех j - $\sum_{i=1}^n \theta_j^i = 1$
- G_j - производственные возможности j -ой фирмы, y – промежуточные вклады, x – потребляемые блага

Пример двухпродуктовой экономики с двумя фирмами и двумя домохозяйствами

- Продуктовые наборы первой

$$G_1 = \{y^1 = (y_1^1, y_2^1) \mid 0 \leq y_1^1 \leq 2, 0 \leq y_2^1 \leq 8, 2y_1^1 + y_2^1 \leq 10\}$$

и второй фирмы

$$G_2 = \{y^2 = (y_1^2, y_2^2) \mid 0 \leq y_1^2 \leq 8, 0 \leq y_2^2 \leq 2, y_1^2 + 2y_2^2 \leq 10\}$$

- Функции полезности домохозяйств

$$u_1(x_1^1, x_2^1) = (x_1^1)^{1/4} (x_2^1)^{3/4} \text{ и } u_2(x_1^2, x_2^2) = (x_1^2)^{3/4} (x_2^2)^{1/4},$$

а промежуточные вклады (y_1^1, y_2^1) и (y_1^2, y_2^2) ,
соответственно.

Равновесие

- Система цен π для конкурентного равновесия задается следующими уравнениями

$$\pi_1 x_1^1 + \pi_2 x_2^1 = \pi_1 y_1^1 + \pi_2 y_2^1,$$

$$\pi_1 x_1^2 + \pi_2 x_2^2 = \pi_1 y_1^2 + \pi_2 y_2^2,$$

$$3\pi_1 x_1^1 - \pi_2 x_2^1 = 0,$$

$$\pi_1 x_1^2 - 3\pi_2 x_2^2 = 0,$$

$$x_1^1 + x_1^2 = y_1^1 + y_1^2,$$

$$x_2^1 + x_2^2 = y_2^1 + y_2^2,$$

- Для которого действует следующее правило нормализации $\pi_1(y_1^1 + y_1^2) + \pi_2(y_2^1 + y_2^2) = 1$.

Равновесие

- Простейшими преобразованиями получаем следующую функцию уровня цен:

$$\pi_1(y^1, y^2) = \frac{1}{D}(y_2^1 + 3y_2^2), \quad \pi_2(y^1, y^2) = \frac{1}{D}(3y_1^1 + y_1^2),$$

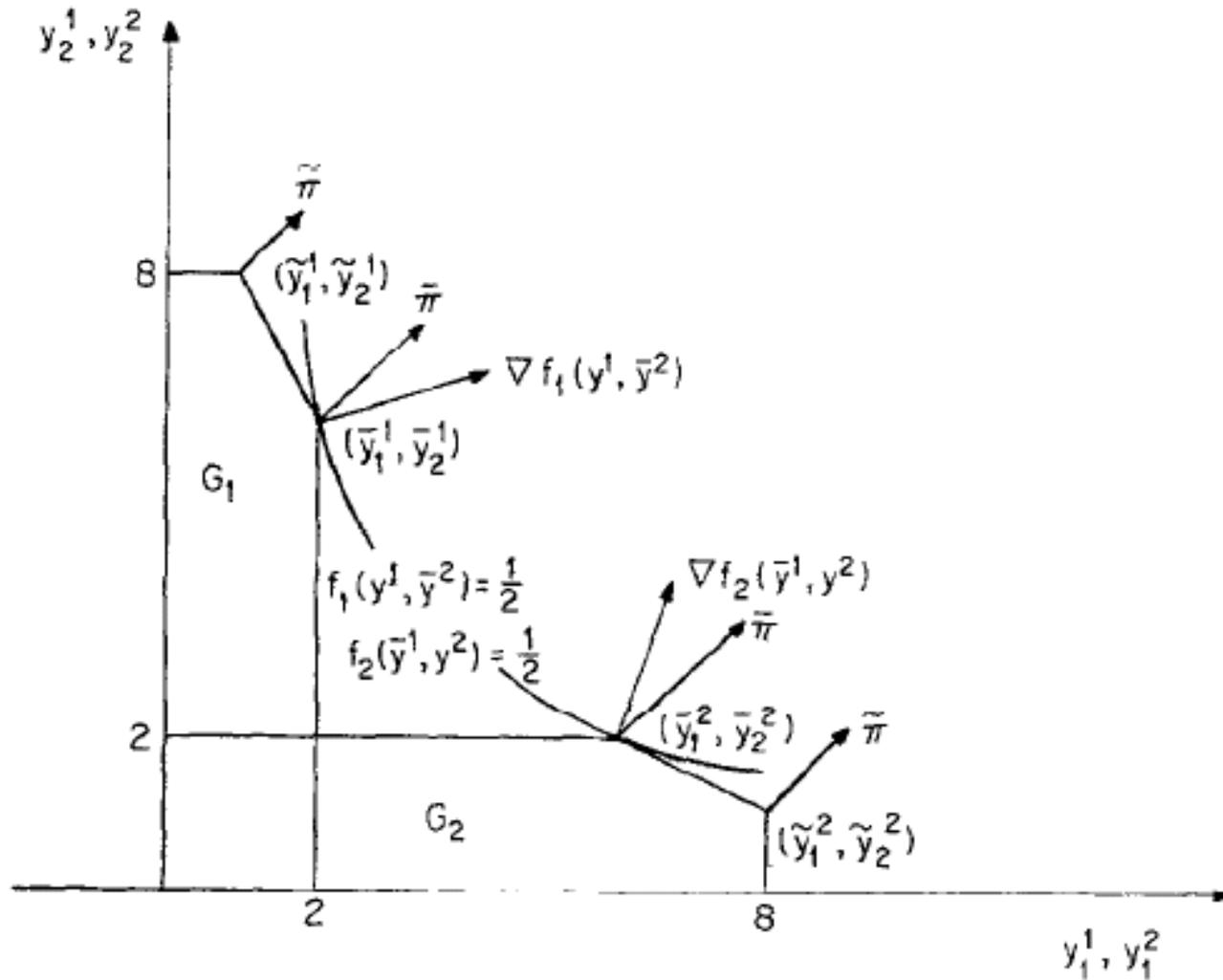
где

$$D = (y_2^1 + 3y_2^2)(y_1^1 + y_1^2) + (3y_1^1 + y_1^2)(y_2^1 + y_2^2).$$

- И $(\bar{\pi}; \bar{x}^1, \bar{x}^2; \bar{y}^1, \bar{y}^2)$ - равновесие Курно-Вальраса, где $\bar{x}^1 = \bar{y}^1 = (2, 6)$, а $\bar{x}^2 = \bar{y}^2 = (6, 2)$
- Глобальное равновесие $(\tilde{\pi}; \hat{x}^1, \hat{x}^2; \hat{y}^1, \hat{y}^2)$ отлично:

$$\tilde{\pi} = (1/18, 1/18), \quad \hat{x}^1 = (11/4, 33/4), \quad \hat{x}^2 = (33/4, 11/4), \quad \hat{y}^1 = (1, 8) \quad \text{и} \\ \hat{y}^2 = (8, 1)$$

График равновесия



Роль нормализации

- Смоделируем экономику с одним домохозяйством, но с двумя фирмами и продуктами. Фирмы:

$$G_1 = \{y^1 = (y_1^1, y_2^1) \mid 0 \leq y_1^1 \leq 1, 0 \leq y_2^1 \leq 1\}$$

$$G_2 = \{y^2 = (y_1^2, y_2^2) \mid y_1^2 = 0, 0 \leq y_2^2 \leq 6\}.$$

- Домохозяйство: $u(x_1, x_2) = e^{x_1} \log(1 + x_2)$ и промежуточные вклады $(y_1^1 + y_1^2, y_2^1 + y_2^2)$

Роль нормализации

- Тогда система цен π должна удовлетворять условию конкурентного равновесия:

$$\frac{\pi_1}{\pi_2} = (1 + y_2^1 + y_2^2) \log(1 + y_2^1 + y_2^2)$$

- Теперь исследуем два правила нормализации:

$$\pi_1 \cdot (y_1^1 + y_1^2) + \pi_2 \cdot (y_2^1 + y_2^2) = 1, \quad (1)$$

$$\pi_2 = 1. \quad (2)$$

Правила первое

- Используя первое правило получаем следующую функцию уровня цен:

$$\pi_1(y^1, y^2) = \frac{1}{D} (1 + y_2^1 + y_2^2) \log(1 + y_2^1 + y_2^2),$$

$$\pi_2(y^1, y^2) = \frac{1}{D},$$

Где D

$$D = y_1^1(1 + y_2^1 + y_2^2) \log(1 + y_2^1 + y_2^2) + y_2^1 + y_2^2.$$

Правило первое

- Решая задачу максимизации, составляем кривые реакции фирм:

$$f_1(y^1, \bar{y}^2) = \pi_1(y^1, \bar{y}^2) \cdot y_1^1 + \pi_2(y^1, \bar{y}^2) \cdot y_2^1$$

$$f_2(\bar{y}^1, y^2) = \pi_2(\bar{y}^1, y^2) \cdot y_2^2.$$

- Сопоставляя и максимизируя, получаем равновесие Курно-Вальраса, не являющееся глобальным:

$$\bar{y}^1 = (1, 1), \quad \bar{y}^2 = (0, 1); \quad \bar{x} = (1, 2); \quad \bar{\pi} = (0.69, 0.05)$$

Правило второе

- Также находим функцию цен:

$$\pi_1(y^1, y^2) = (1 + y_2^1 + y_2^2) \log(1 + y_2^1 + y_2^2),$$

$$\pi_2(y^1, y^2) = 1.$$

- И с помощью кривых реакций фирм находим равновесие, оказывающиеся одновременно как глобальным, так и равновесием по Курно-Вальрасу:

$$\hat{x} = (1, 7); \hat{p} = (16.6, 1) \quad \hat{y}^1 = (1, 1), \quad \hat{y}^2 = (0, 6)$$

Спасибо за внимание!